

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

| | | |
|----|--------------------------|--|
| 1. | Кафедра | Математики, физики и информационных технологий |
| 2. | Направление подготовки | 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) |
| 3. | Направленность (профили) | Математика. Информатика |
| 4. | Дисциплина (модуль) | Б1.О.03.06 Комплексный анализ |
| 5. | Форма обучения | Очная |
| 6. | Год набора | 2021 |

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- При подготовке и проведении занятий по дисциплине преподаватель должен руководствоваться как общими учебно-методическими установками (научность, системность, доступность, последовательность, преемственность, наличие единой внутренней логики курса, его связь с другими предметами), так и специфическими особенностями дисциплины.
- Главным звеном дидактического цикла обучения в освоении дисциплины является лекция.
- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации по подготовке к семинарским (практическим) занятиям

- На практическом занятии студенты решают задачи под руководством преподавателя. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы
- Практические занятия посвящены изучению наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности студентов по изучаемой дисциплине.
- В ходе подготовки к семинарским (практическим) занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.
- Можно подготовить свой конспект ответов по рассматриваемой тематике, подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на занятие. Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде проблемных лекций, коллективных решениях творческих задач.

1.3 Методические рекомендации к самостоятельной работе

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.
- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:
 - ✓ изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - ✓ подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - ✓ участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
- Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Решение задач

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если они даны). В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.
- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

1.4 Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде проблемных лекций, коллективных решениях творческих задач.
- **Проблемная лекция.** На этой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска.
- **Коллективные решения творческих задач.** Под творческими заданиями понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

1.5 Методические рекомендации по решению задач

- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие. Само решение следует сопровождать необходимыми расчетами и пояснениями с указанием применяемых формул, анализом и выводами.
- Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво без помарок, зачеркиваний и сокращений слов.

1.6 Методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы или домашних индивидуальных заданий

- Домашняя контрольная работа выполняется в отдельной тетрадке или на листах формата А4 и подшивается в папку (скоросшиватель).

1.7 Методические рекомендации по решению теста

- Тестовая система предусматривает вопросы/задания, на которые обучающийся должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность.
- При отсутствии какого-либо одного ответа на вопрос, предусматривающий множественный выбор, весь ответ считается неправильным.
- Ответы правильные выделяются в тесте подчеркиванием или любым другим допустимым символом.

1.8 Методические указания по подготовке к коллоквиуму

- Подготовка к коллоквиуму проводится в ходе самостоятельной работы обучающихся и включает в себя повторение пройденного материала по вопросам предстоящего коллоквиума. Помимо основного материала обучающийся должен изучить дополнительную рекомендованную литературу и информацию по теме, в том числе с использованием Интернет-ресурсов. Коллоквиум предполагает устный ответ студента на один основной и несколько дополнительных вопросов преподавателя. Ответ студента должен представлять собой развернутое, связанное, логически выстроенное сообщение.
- При выставлении оценки преподаватель учитывает правильность ответа по содержанию, его последовательность, самостоятельность суждений и выводов, умение связывать теоретические положения с практикой, в том числе и с будущей профессиональной деятельностью.

1.9 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзамена (зачета)

- Экзамен (зачет) осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать экзамен (зачет) в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По дисциплине «Дискретная математика» экзамен принимается по билетам, содержащим два вопроса.

II. Планы практических занятий

Практическое занятие № 1. Поле комплексных чисел.

- 1) Определение комплексного числа. Равенство, сумма, произведение, частное комплексных чисел.
- 2) Тригонометрическая форма комплексного числа.
- 3) Показательная форма комплексного числа.
- 4) Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.
- 5) Задание кривых и областей на комплексной плоскости.
- 6) Окрестности точек плоскости \bar{C} .

Вопросы для обсуждения:

1. Модуль и аргумент комплексного числа.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
3. Сложение, умножение и деление комплексных чисел. Возведение в степень. Формула Муавра
4. Корень n -ой степени из комплексного числа.
5. Множество точек в комплексной области, удовлетворяющих соответствующему равенству.
6. Множество точек в комплексной области, удовлетворяющих соответствующему неравенству.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа

Литература: [3] стр. 7-17

Практическое занятие №2. Функция комплексной переменной

- 1) Определение функции комплексной переменной.
- 2) Действительная и мнимая часть функции комплексной переменной.
- 3) Геометрическое изображение ФКП.
- 4) Предел ФКП.
- 5) Непрерывность ФКП.
- 6) Степенная функция $w = z^n$, n - натуральное.
- 7) Показательная функция $w = e^z$.
- 8) Тригонометрические функции.
- 9) Гиперболические функции.
- 10) Логарифмическая функция $w = \text{Ln } z$

- 1) Общая показательная a^z и общая степенная z^a
- 12) Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции

Вопросы для обсуждения:

1. Определение предела функции в точке, бесконечного предела, предела на бесконечности.
2. Свойства функций, имеющих предел. Необходимые и достаточные условия существования предела.
3. Определение непрерывности функции в точке.
4. Свойства непрерывных функций. Условия непрерывности функции комплексного переменного.

Литература: [1-5]

Практическое занятие №3. Дифференцируемость функции комплексной переменной

- 1) Определение производной. Аналитичность ФКП.
- 2) Условия Коши-Римана (Даламбера-Эйлера).
- 3) Примеры вычисления производных.
- 4) Геометрический смысл производной.
- 5) Конформность дифференцируемого отображения.
- 6) Гармоничность действительной и мнимой частей дифференцируемой функции.

Вопросы для обсуждения:

1. Существование производной и дифференцируемость.
2. Условия Коши-Римана (Даламбера-Эйлера). Понятие аналитической функции.

Литература: [1-5]

Практическое занятие №4. Ряды с комплексными членами

- 1) Числовые ряды с комплексными членами. Основные определения.
- 2) Абсолютная сходимость.
- 3) Свойства сходящихся рядов.
- 4) Степенные комплексные ряды.
- 5) Теорема Абеля.
- 6) Ряд Тейлора.
- 7) Теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Стандартные разложения.
- 8) Решение задач на разложение функций в ряд Тейлора.
- 9) Ряд Лорана.

Вопросы для обсуждения:

1. Определение предела числовой последовательности.
2. Бесконечный предел.
3. Необходимые и достаточные условия существования предела последовательности комплексных чисел.
4. Необходимые и достаточные условия сходимости рядов с комплексными членами.
5. Признаки сходимости числовых рядов.

Литература: [1-5]

Практическое занятие № 5 Интегрирование функций комплексной переменной

- 1) Интеграл от ФКП. Определение.
- 2) Теорема. Если функция $w = f(z)$ непрерывна на кривой L , то она интегрируема по этой кривой.
- 3) Свойства интеграла от ФКП.
- 4) Интегральная теорема Коши.
- 5) Теорема Коши для односвязной области (о равенстве нулю интеграла по замкнутому контуру).
- 6) Теорема Коши для многосвязной области.
- 7) Первообразная аналитической функции.
- 8) Интеграл от $(z - z_0)^n$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$).
- 9) Интегральная формула Коши.
- 10) Теоремы Коши для многосвязной области и ее следствия.
- 11) Теорема о среднем.
- 12) Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
- 13) Применение интегральных формул Коши к вычислению интегралов.

Вопросы для обсуждения:

1. Определение интеграла.
2. Свойства интеграла.
3. Формулы для вычисления интеграла.
4. Интеграл Коши.

5. Интегральная формула Коши.

Литература: [1-5]

Практическое занятие № 6. Изолированные особые точки

- 1) Нули аналитической функции.
- 2) Признаки особых точек.
- 3) Вычет в устранимой особой точке.
- 4) Вычеты в полюсах.
- 5) Вычет в существенно особой точке находится из разложения функции в ряд Лорана.
- 6) Основная теорема о вычетах.
- 7) Бесконечно удалённая особая точка.
- 8) Вычет функции в бесконечно удалённой особой точке.

Вопросы для обсуждения:

1. Классификация особых точек.
2. Характеризация устранимой особой точки.
3. Характеризация полюса.
4. Связь между нулём и полюсом.
5. Существенно особые точки. Теорема Сохоцкого.
6. Определение вычета.
7. Основная теорема о вычетах.
8. Вычисление вычета в случае полюса.
9. Вычет в бесконечно удалённой точке.
10. Применение вычетов для вычисления интегралов в комплексной области.
11. Применение вычетов для вычисления несобственных интегралов в действительной области.
12. Применение вычетов к суммированию рядов.

Литература: [1-5]